

# ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

С. И. Кумков

Институт математики и механики УрО РАН  
Екатеринбург, Россия, [kumkov@imm.uran.ru](mailto:kumkov@imm.uran.ru)

*Международная конференция  
“Современные проблемы математического программирования  
и вычислительных технологий — 2008”*

*18 – 24 августа 2008*

*Институт математики, Сибирский федеральный университет*

*Красноярск, Россия*

## Литература

---

Основы и прикладные вопросы интервального анализа

1. Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., and E.Walter. *Applied Interval Analysis*. –Springer, 2001. Жолен Л., Кифер М., Дидри О. и Вальтер Э. *Прикладной интервальный анализ*. –Москва–Ижевск, Регулярная и хотическая динамика, изд.1 и 2, 2005, 2007, п/ред. Б.Т.Поляка, перев. с англ. С.И.Кумкова.
2. Fiedler M., Nedoma J., Ramik J., Rohn J., and K.Zimmermann. *Linear Optimization Problems with Inexact Data*. –Springer, 2006. М.Фидлер, Й.Недома, Я.Рамик, И.Рон, К.Циммерманн, *Задачи линейной оптимизации с неточными данными*. –Москва–Ижевск, Регулярная и хотическая динамика, 2008, п/ред. С.П.Шарого, перев. с англ. С.И.Кумкова (в печати).
3. Hansen E. and W. Walster. *Global Optimization Using Interval Analysis*. –Marcel Dekker, Inc., 2004. Э.Хансен, Дж.У. Уолстер, *Глобальная оптимизация на основе интервального анализа*. –Москва–Ижевск, Регулярная и хотическая динамика, п/ред. С.П.Шарого, перев. с англ. С.И.Кумкова (готовится к печати).
4. Milanese M., Norton J.P., and E. Walter. (Eds.) *Bounding Approaches to System Identification*. –Plenum Press, 1996.

## Примеры решенных задач

5. Kumkov S.I., Pyatko S.G. *Filtration of corrupted measurements of aircraft motion by the interval analysis methods*. Section report at 2007 International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing (SMMSp-2007). Moscow, September 1–2. Paper 1011, 8 pp. <http://sp.cs.tut.fi/ticsp/smmsp07/>
6. Пацко В.С., Пятко С.Г.б Кумков С.И., Федотов А.А. *Оценивание движения воздушного судна на основе информационных множеств принеполенных замерах координат*. –Академия ГАю–С-Петербург, –ИММ УРОРАН, Екатеринбург, 1999.
7. Kumkov S.I. *Method of Informational Sets in Problems of Filtration, Identification and Control*. –Tampere: Tampere International Center for Signal Processing, Finland, March 2001, 33 pp.<http://sigwww.cs.tut.fi/TICSP/PRESENTATIONS/2001.htm>
8. Kumkov S.I. *Informational Sets in Applied Problems of Evaluation. Non-smooth and Discontinuous Problems of Control and Optimization*. A Proceeding volume from the IFAC Workshop. Chelyabinsk, Russia, 17-20 June 1998, Edited by V.D.Batukhtin, F.M.Kirillova and V.I.Ukhobotov. –Pergamon Press, 1999, pp.149-154.
9. Кумков С.И. *Разработка совместного Российского–ISO стандарта (методики) обработки информации в условиях неопределенности ошибок измерений и малого числа наблюдений на основе методов*

интервального анализа. // Всероссийское (с международным участием) совещание по интервальному анализу и его приложениям – ИНТЕРВАЛ-06. 1–4 июля 2006, Петергоф, Расширенные тезисы докладов. –Санкт-Петербург; ВВМ, 2006.

10. Kumkov S.I. *Application of Minimax Evaluation Procedures for Expansion of the Metrological Standard on Noised Measurements Processing* // Proceedings of International Conference "SIMULATION'98". 30 September–2 October 1998, University of York, UK. IEE Publication Number 457. 1998, pp.162-167.

12. Kumkov S.I., Zaikov Yu.P., Arhipov P.A. et.al. *Electrochemical behavior of PbO and Sb<sub>2</sub>O<sub>3</sub> in molten salts* // Research Conference "Molten Salts'98". Pourquerolles, France, June 27 - July 3 1998. Program and Abstracts Collection, A03.

## Аннотация

---

Рассматривается применение методов интервального анализа для внешнего оценивания текущего множества состояний объекта, движение которого описывается стандартной системой обыкновенных дифференциальных уравнений шестого порядка. Оценивание производится в условиях неопределенности информации как об обычных измерительных ошибках, ограниченных по модулю, так и о хаотических возмущениях, неизвестных по знаку и величине. Применение процедур интервального анализа позволяет преодолеть условия неопределенности ошибок измерений и помех, когда исключено использование обычных статистических методов обработки экспериментальных данных из-за малости длины выборки замеров и отсутствия вероятностных характеристик измерительных ошибок и хаотических возмущений. При действии хаотических возмущений оценивание выполняется в условиях возможного распада входной текущей выборки замеров на параллельные независимые подвыборки. Результатом внешнего оценивания текущего состояния объекта является шестимерный брус (параллелепипед), составленный из интервальных оценок по каждой из фазовых координат. При некоторых естественных инженерных предположениях данная оценка является **гарантирующей**, т.е. содержит неизвестное истинное положение объекта.

## Описание движения объекта (самолет, стандартная система для навигационных расчетов)

---

$$\begin{aligned}\dot{V} &= a, & \dot{\theta} &= \alpha/V, & \dot{\psi} &= \beta/V, \\ \dot{x} &= V \cos\theta \cos\psi, \\ \dot{y} &= V \sin\theta, \\ \dot{z} &= V \cos\theta \sin\psi, \\ a_{\min}^{\text{ap}} &\leq a(t) \leq a_{\max}^{\text{ap}}, & |\alpha(t)| &\leq \alpha_{\max}^{\text{ap}}, & |\beta(t)| &\leq \beta_{\max}^{\text{ap}}.\end{aligned}\tag{1}$$

где  $x$ ,  $z$  и  $y$  — геометрические координаты положения самолета в горизонтальной плоскости  $XOZ$  и по высоте, соответственно;  $V$  — модуль пространственной скорости самолета;  $\theta$  — скоростной угол между вектором скорости и горизонтальной плоскостью;  $\psi$  — путевой угол, направление проекции вектора скорости  $V$  на горизонтальной плоскости;  $a(t)$  — продольное ускорение (управление) самолета;  $\alpha(t)$  — ускорение (управление) по вертикальной координате;  $\beta$  — ускорение (управление) по “боковому каналу”; текущие управления самолетом и их характер по времени неизвестны, задаются только указанные геометрические ограничения на их величины  $a_{\min}^{\text{ap}}$ ,  $a_{\max}^{\text{ap}}$ ,  $\alpha_{\max}^{\text{ap}}$  и  $\beta_{\max}^{\text{ap}}$ , соответственно (1).

## Входная измерительная информация

Последовательно (по времени) поступающие замеры

$$t_n, V_n, \theta_n, \psi_n, x_n, y_n, z_n, n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

со строго упорядоченными моментами:

$$\text{для всех } n = 1, 2, \dots \quad t_n < t_{n+1}.$$

## Модель зашумления входной информации (на примере замеров скорости движения)

$$\begin{aligned} V_n &= V_n^* + \varepsilon_n^V + \chi_n^V, \\ |\varepsilon_n^V| &\leq \varepsilon_{\max}^V, \quad \chi_n^V \text{ ??} \end{aligned} \quad (3)$$

где  $V_n$  — замер;  $V_n^*$  — неизвестное измеряемое истинное значение;  $\varepsilon_n^V$  — ошибка измерения, ограниченная по модулю величиной  $\varepsilon_{\max}^V$ ;  $\chi_n^V$  — возможное хаотическое возмущение неизвестной величины и знака и возможное пропадание замеров — “пустые интервалы”.

Рис.1. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$  с хаотическими выбросами и пропадааниями

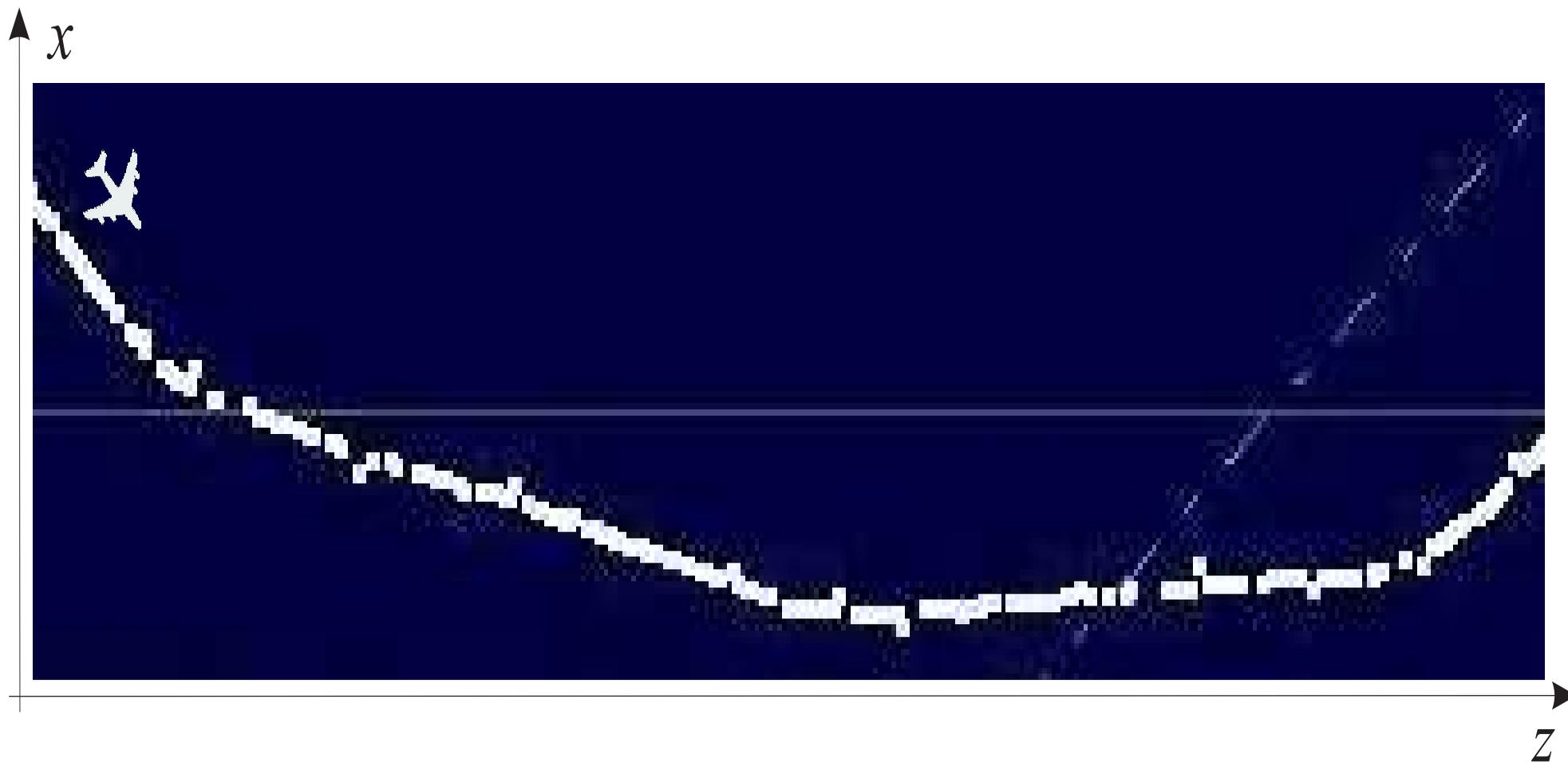


Рис.2. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$  с хаотическими выбросами и пропадааниями

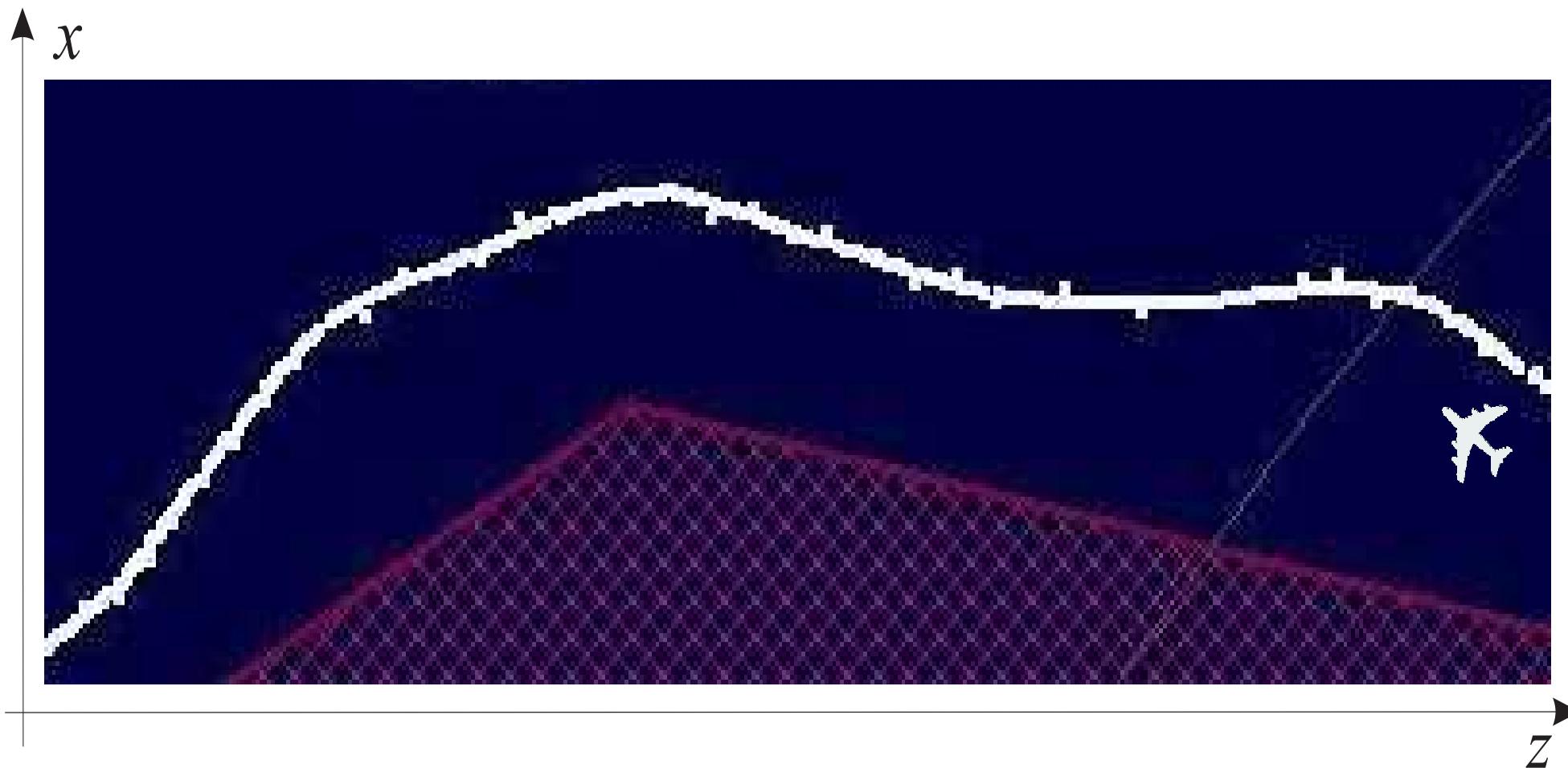


Рис.3. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$  без выбросов, существенные пропадания

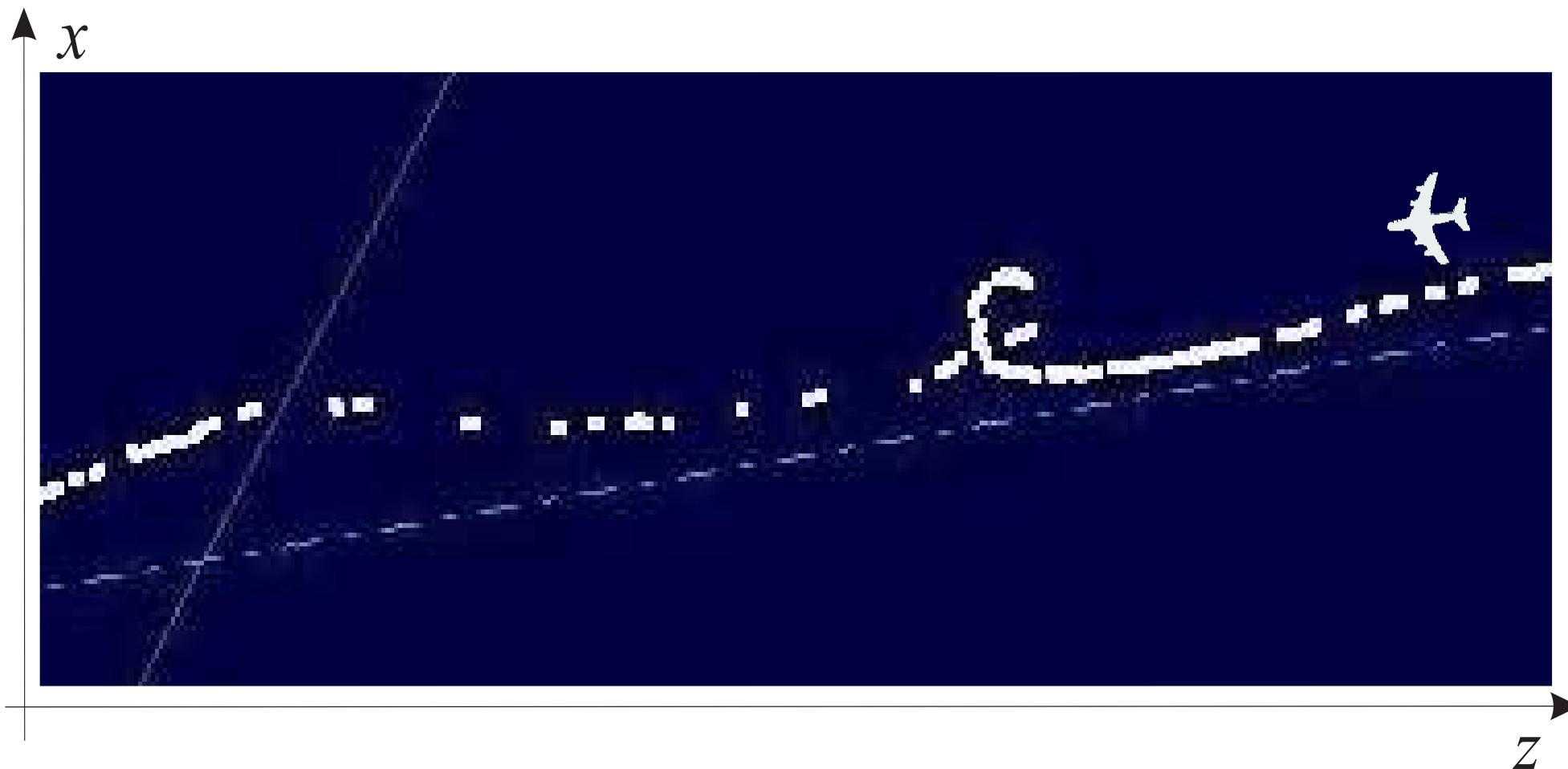


Рис.4. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$ , существенные хаотические выбросы

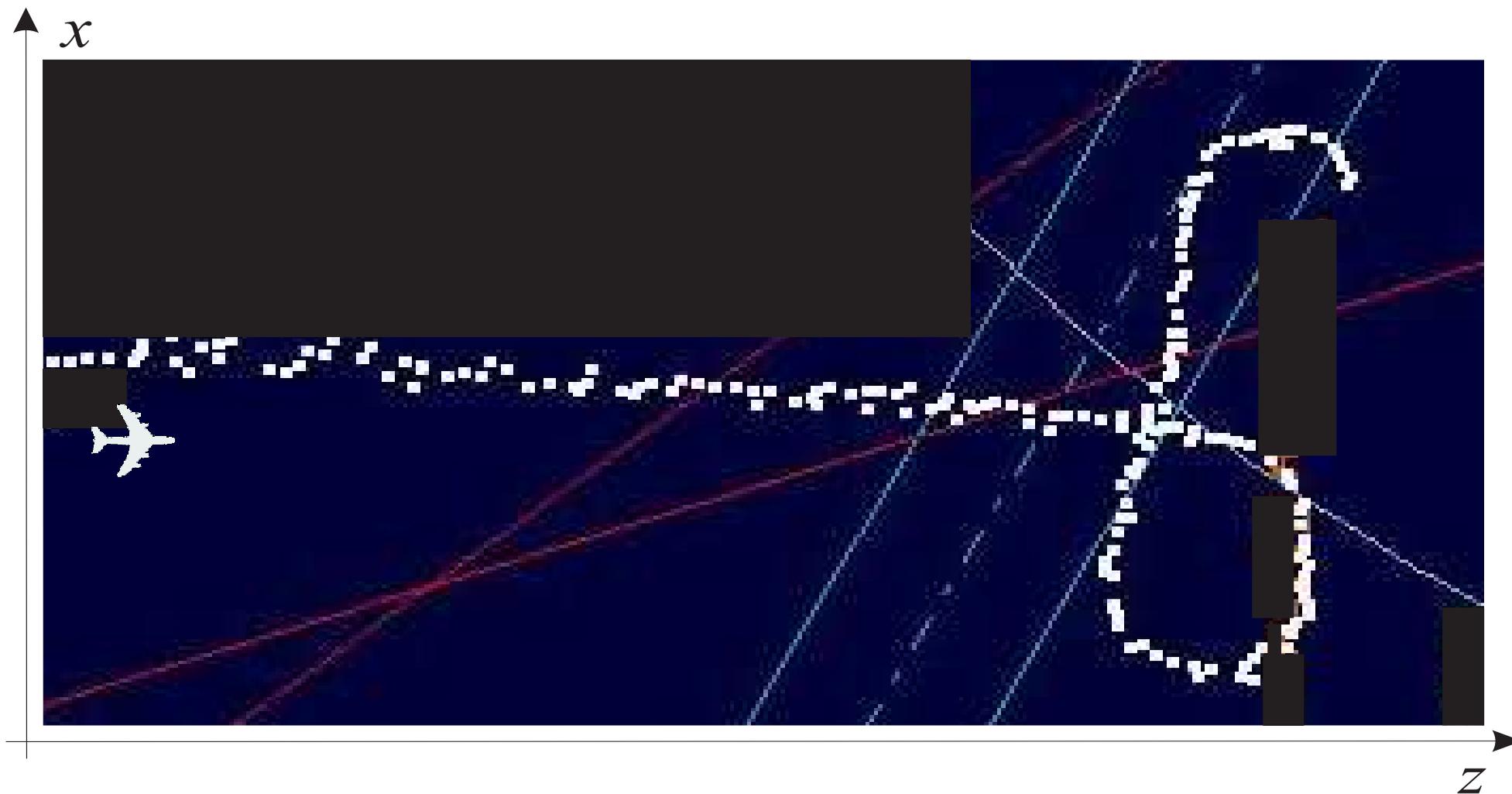


Рис.5. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$ , выбросы: слабые и редкие очень сильные

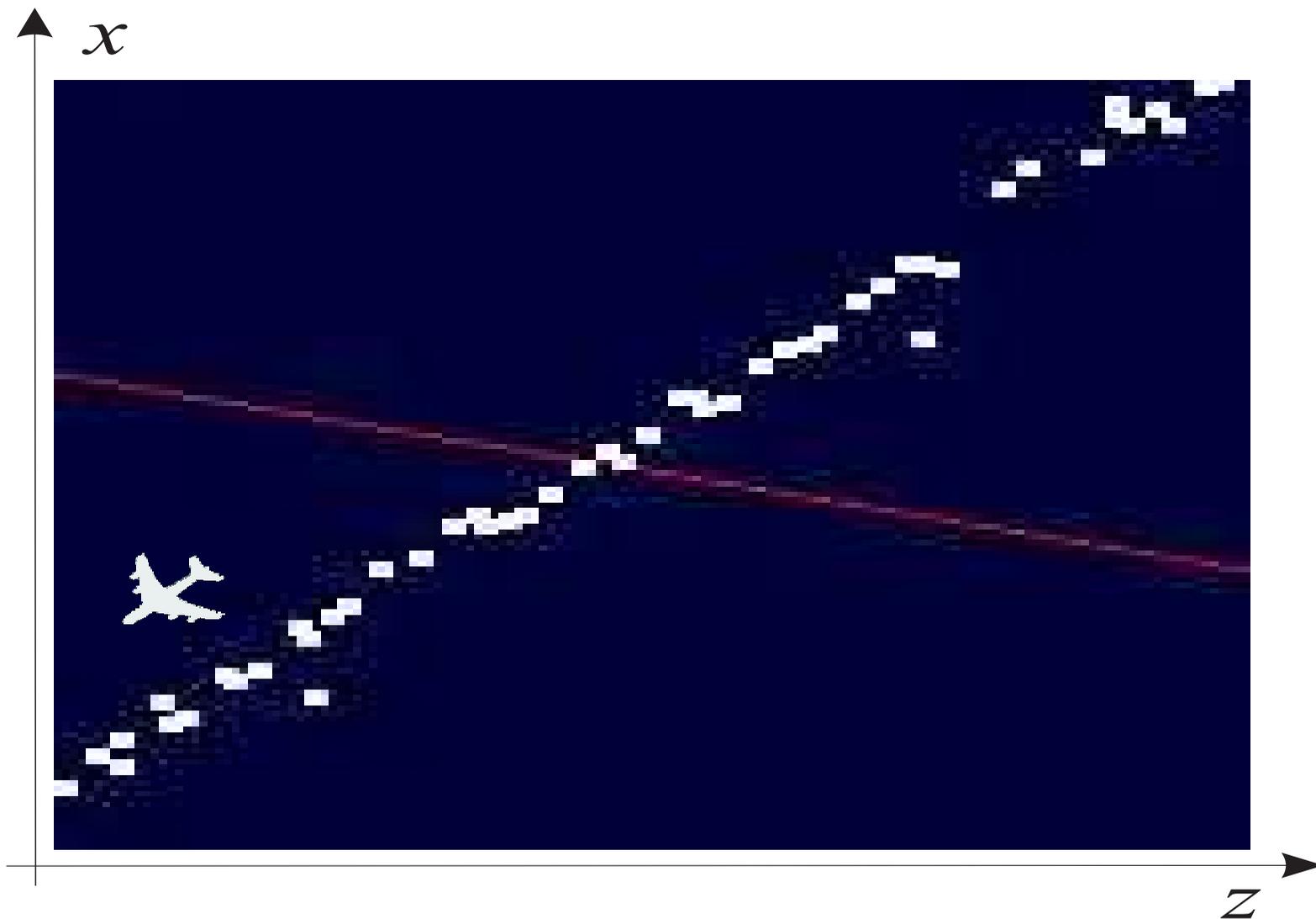
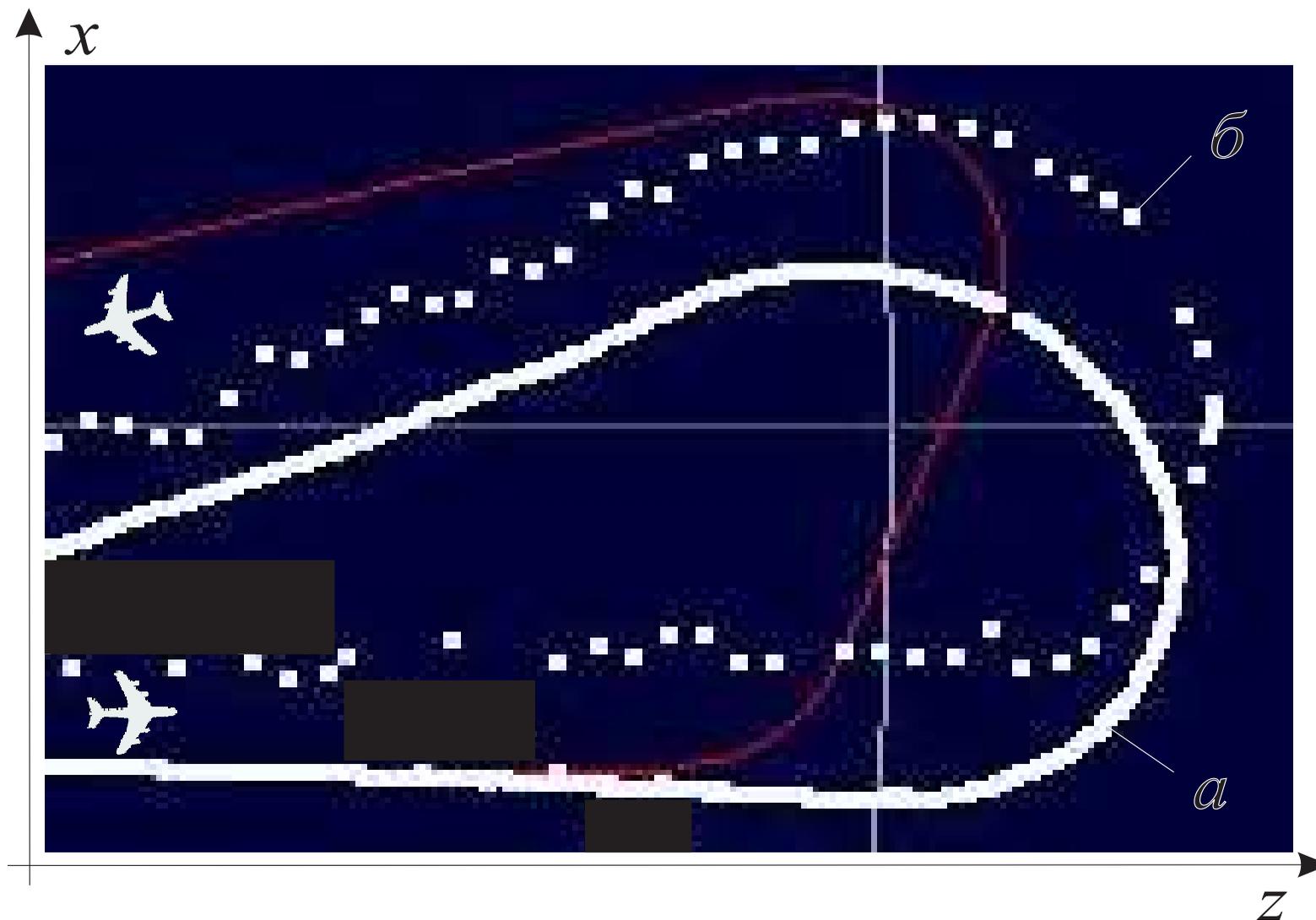


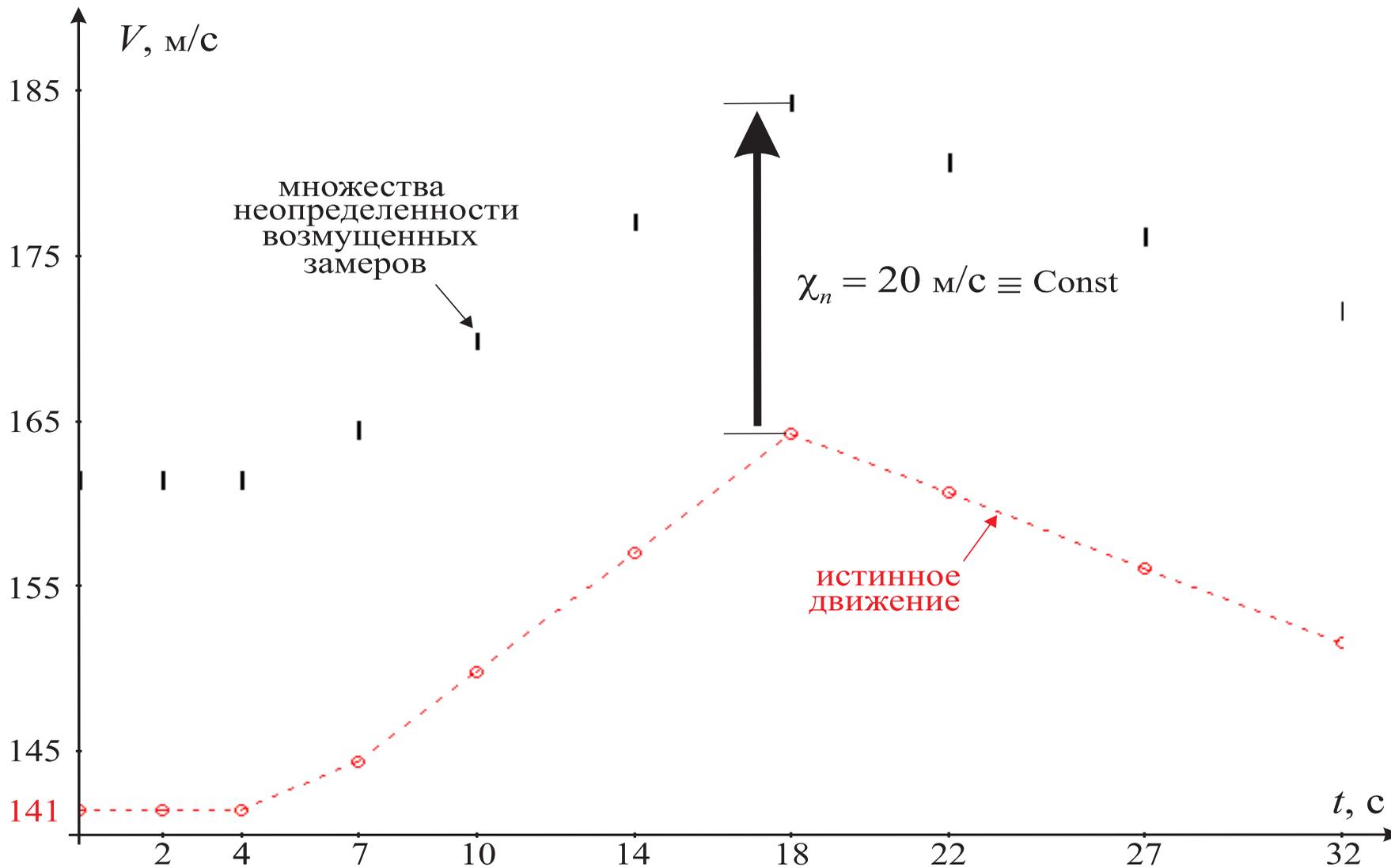
Рис.6. Реальная информация. Замеры координат  $x$  и  $z$ , "идеальная" ситуация в точной системе



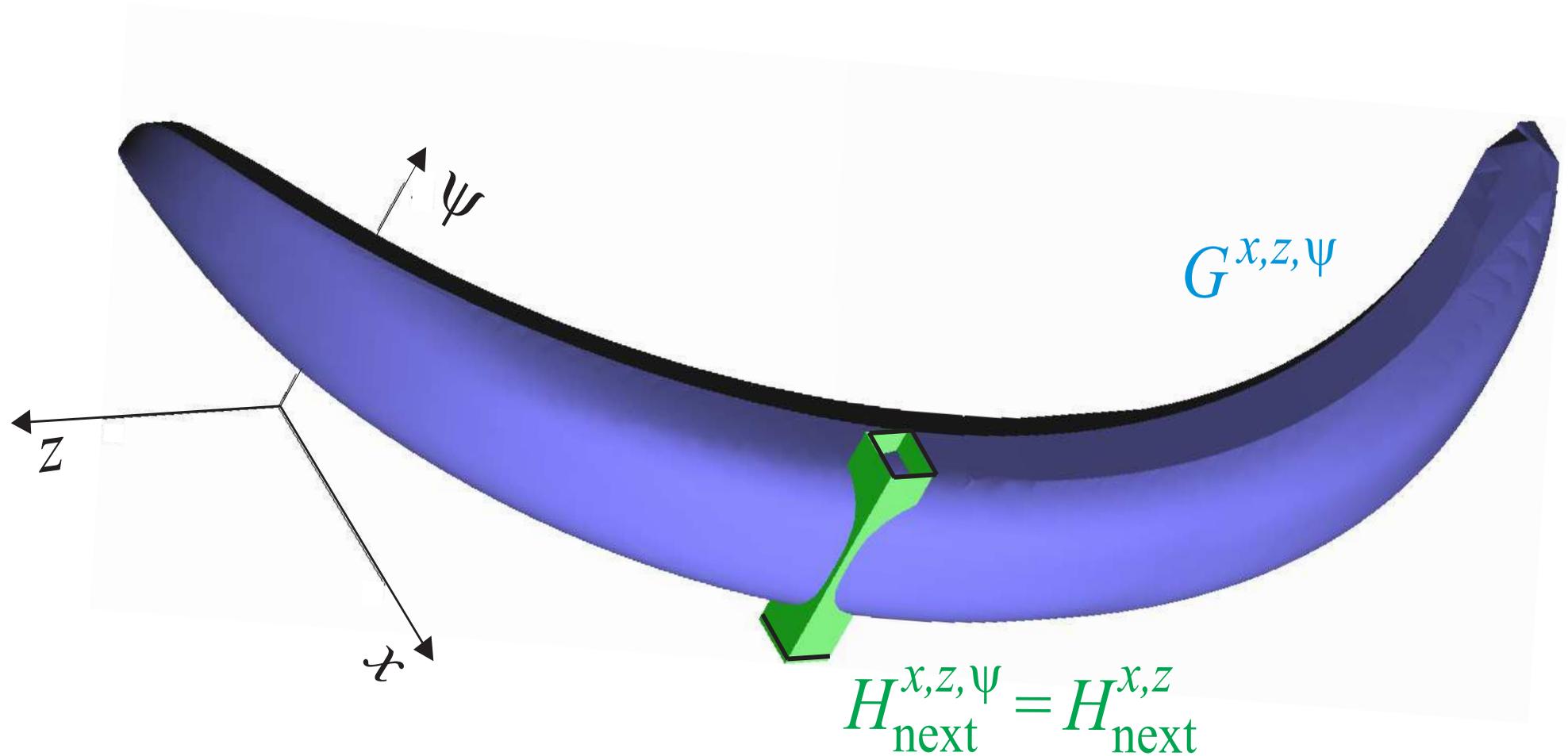
$a$  – точная измерительная система:  $б$  – грубая система.

# Рис.7 Модельный пример. “Тупиковая ситуация”:

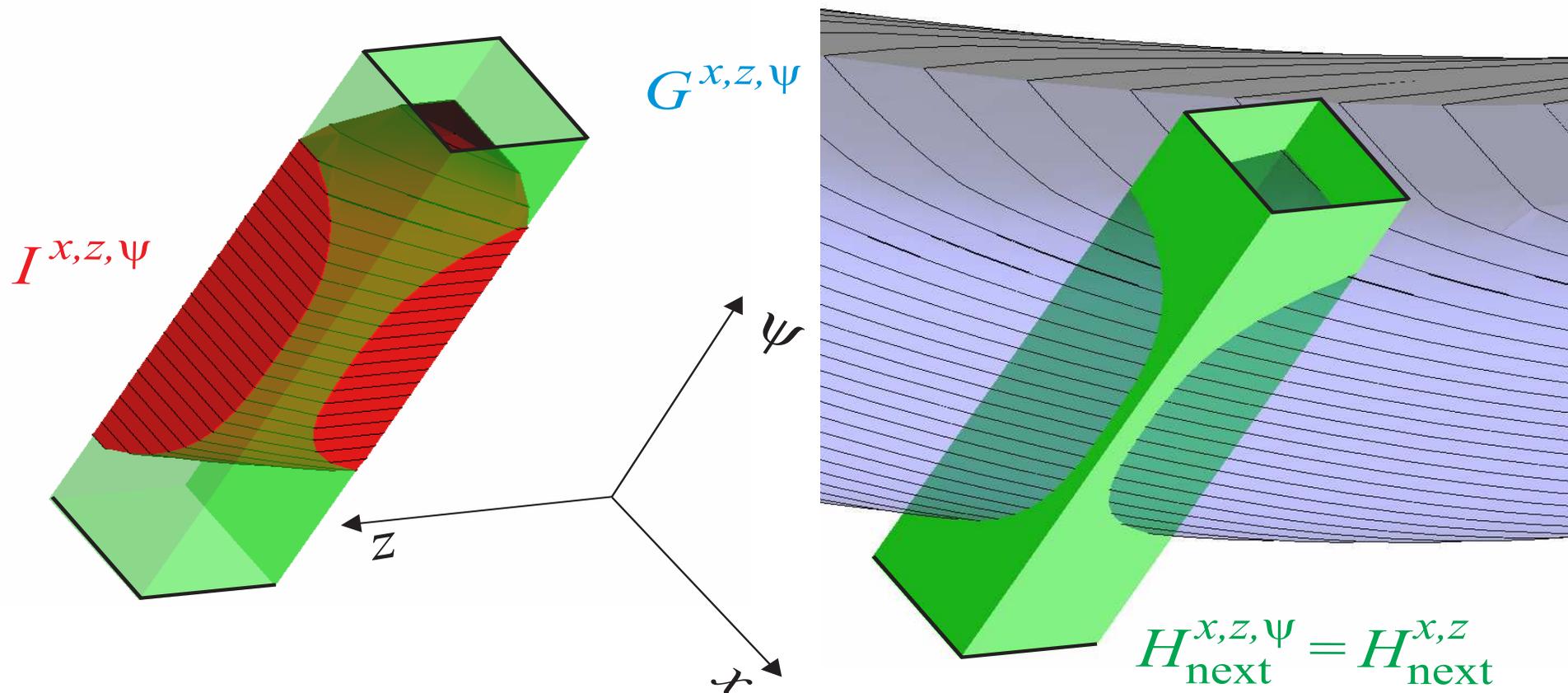
$\chi_n^V \equiv Const$  для всех  $t_n, n = 1, 2, \dots$



Необходимость интервального оценивания по каждой фазовой координате (реальная 3D задача)



# Необходимость интервального оценивания по каждой фазовой координате (реальная 3D задача)



## Формализация инженерных данных

---

А. Обработка последовательно приходящих замеров **в текущем времени**.

Б. Временное ограничение на допустимые замеры

$$DT = t_{n+1} - t_n : \tau_{\min} \leq DT \leq \tau_{\max},$$

$DT < \tau_{\min}$  – браковка замера, недостоверного по времени,

$DT > \tau_{\max}$  – накопленная выборка с  $\dots, t_{n-1}, t_n$  непродолжима.

В. Работа в реальном времени:

— “быстрые” алгоритмы;

— накопление в “скользящем окне” ограниченной длины 5÷6 замеров;

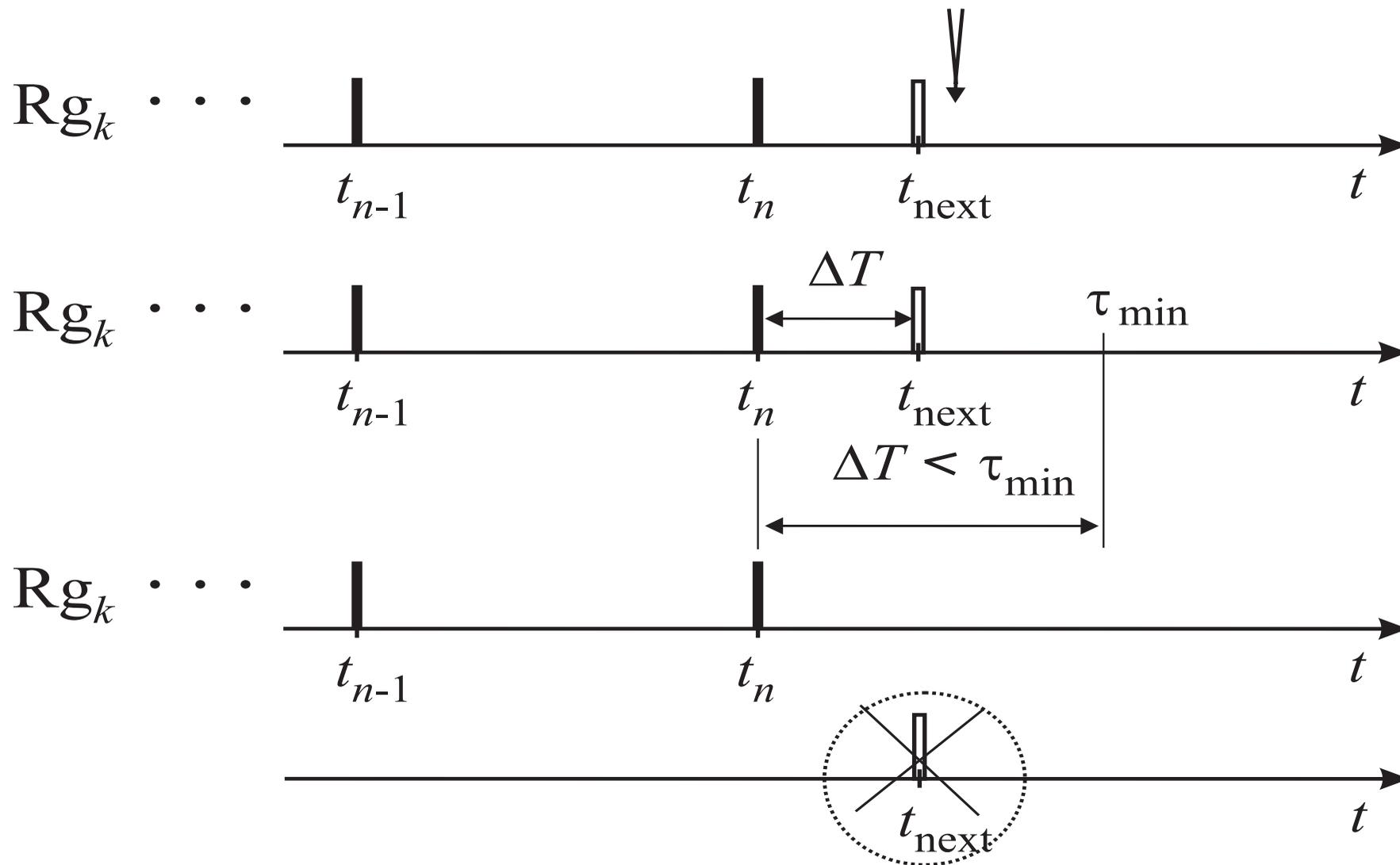
— постоянная минимизация числа хранимых подвыборок.

## ***Основные процедуры анализа и оценивания (на примере канала скорости)***

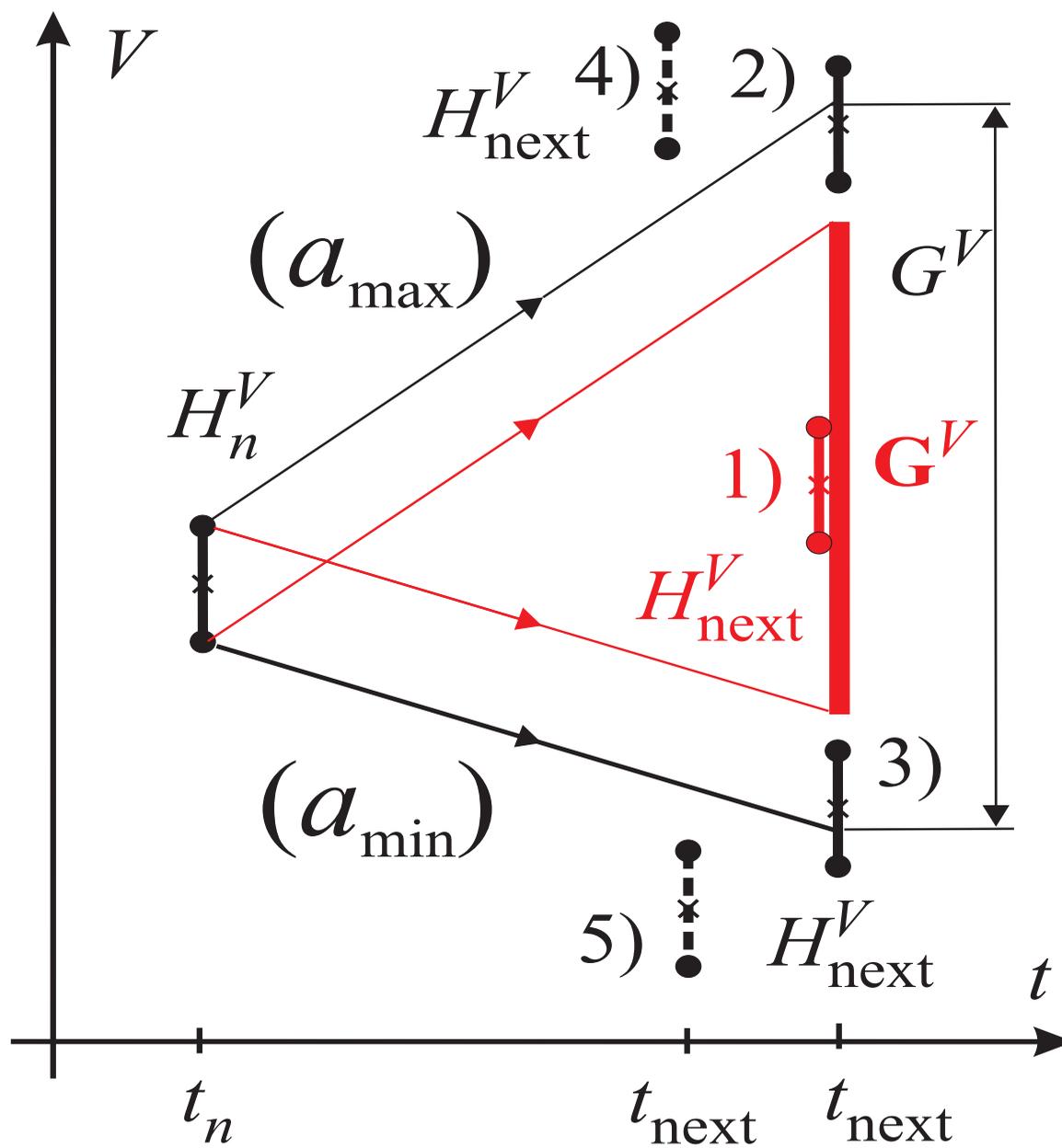
---

- I. Исключение недопустимых по времени замеров.
- II. Анализ совместности очередного замера с накопленными подвыборками.
- III. Разбиение–расщепление входной выборки на соместные (внутри себя) параллельные подвыборки.
- IV. Исключение непродолжимых подвыборок.
- V. Слияние подвыборок.
- VI. Ведение скользящего окна по каждой подвыборке.
- VII. Формирование выходной интервальной оценки.

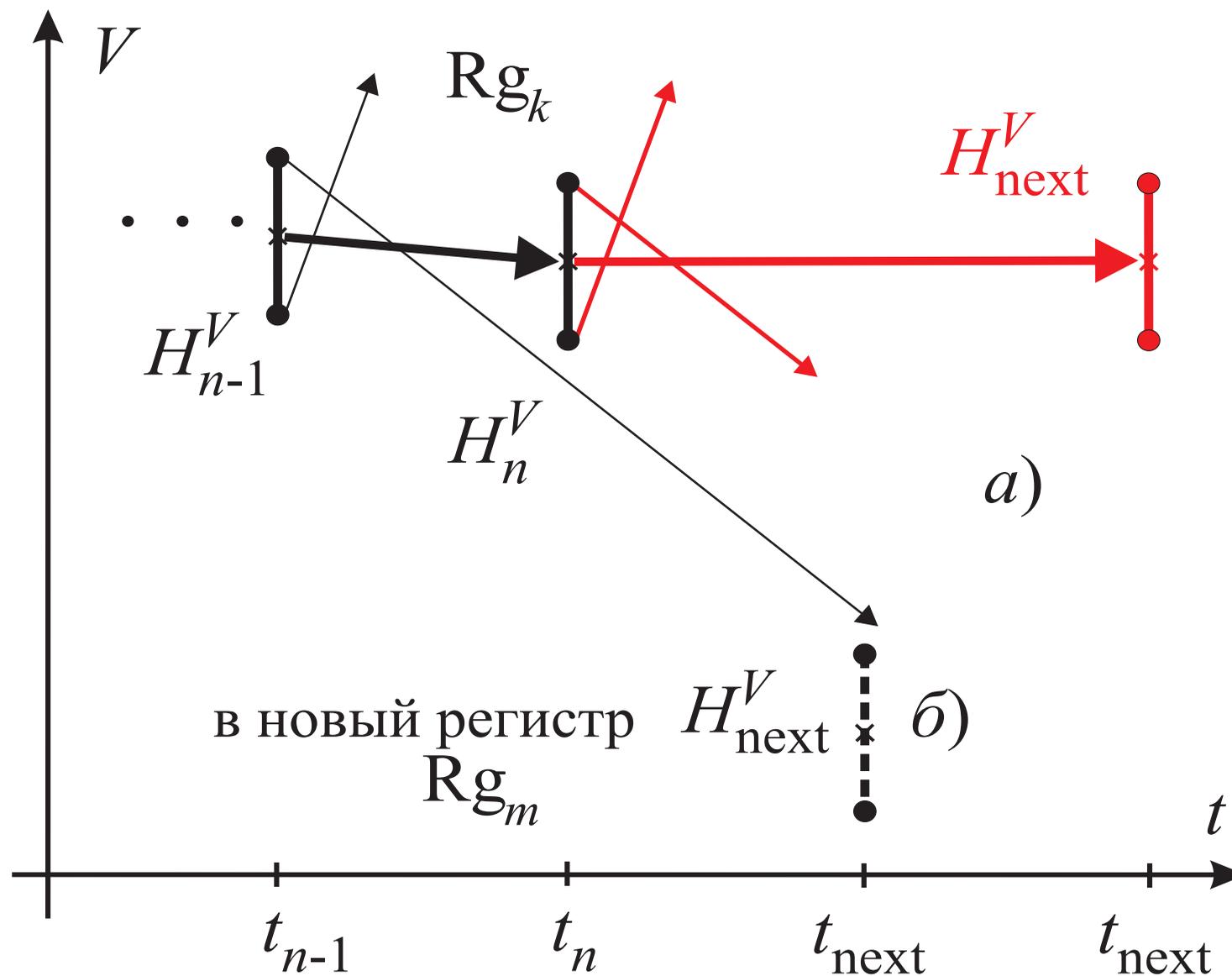
# I. Исключение недопустимых по времени замеров



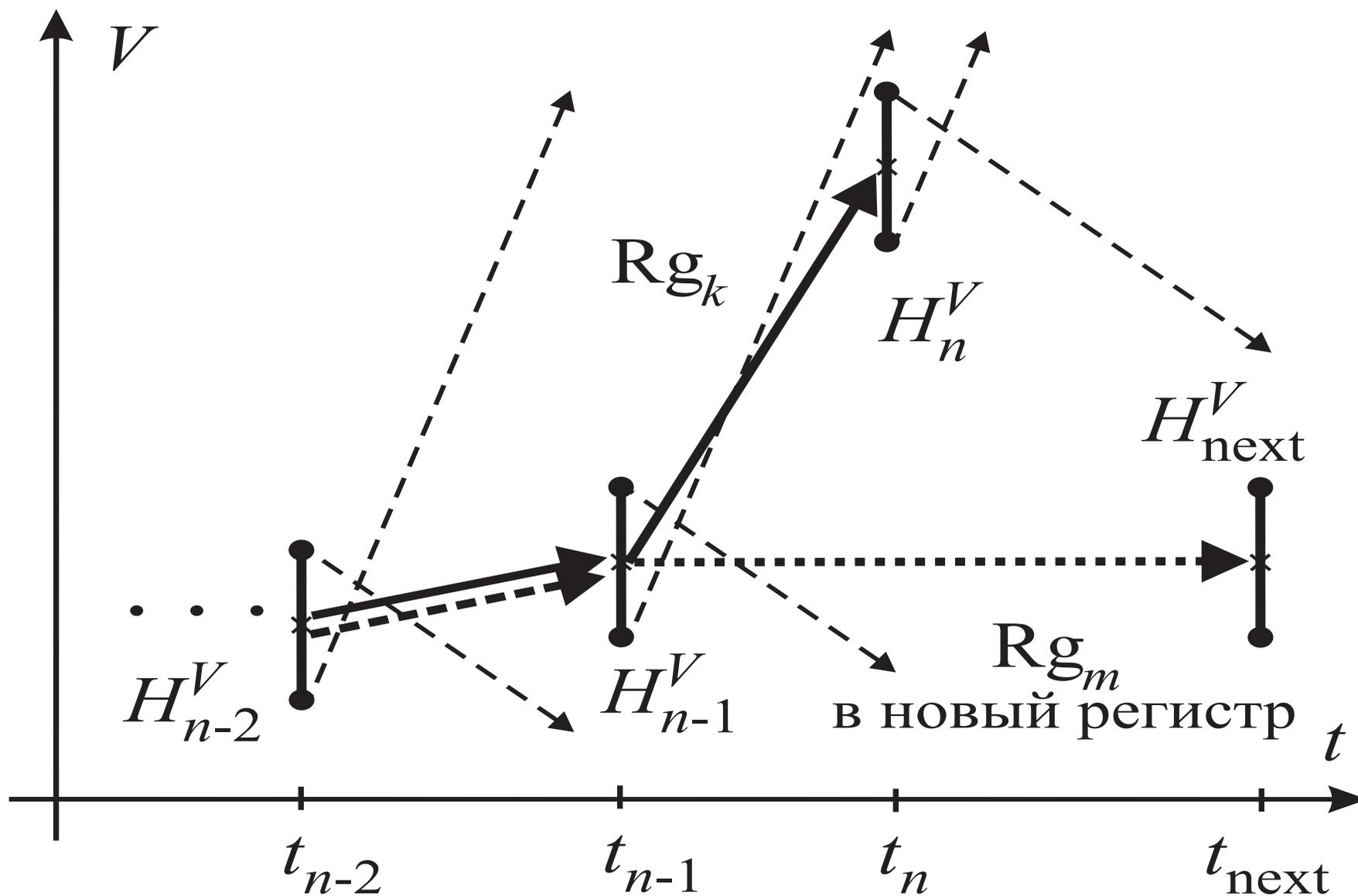
## II.1. Совместность пары замеров



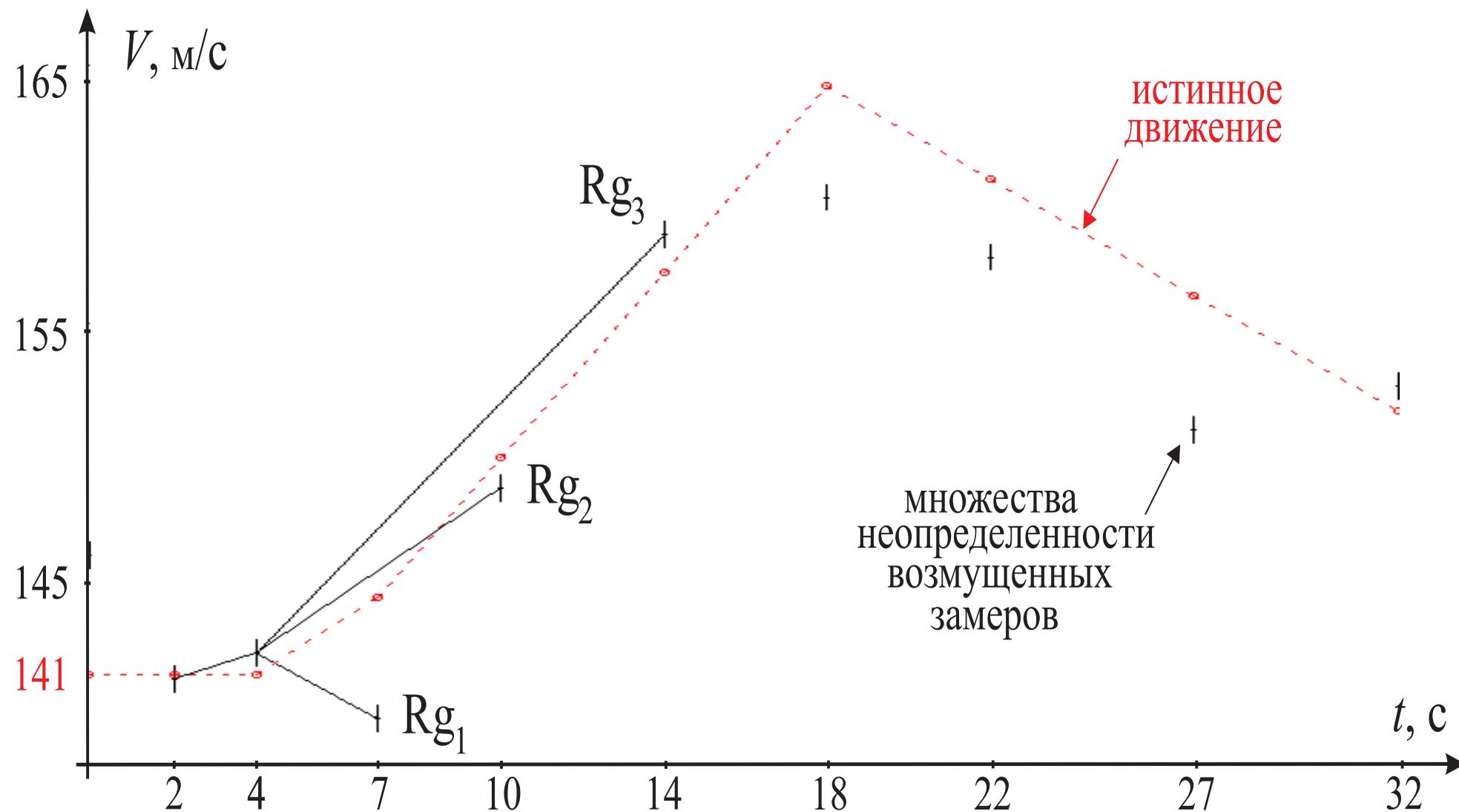
## II.2. Совместность очередного замера с накопленными подвыборками



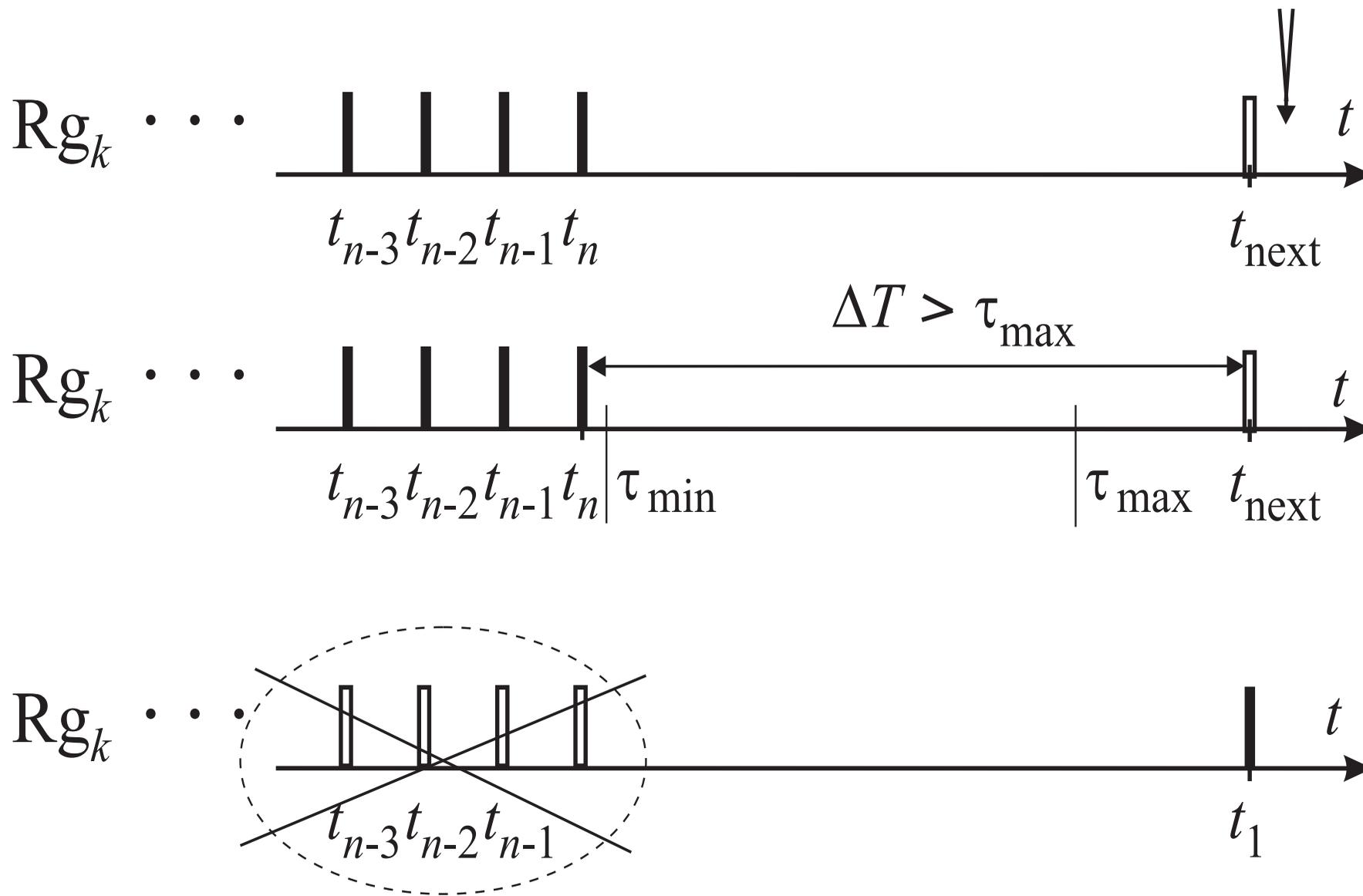
### III. Расщепление выборки на параллельные подвыборки



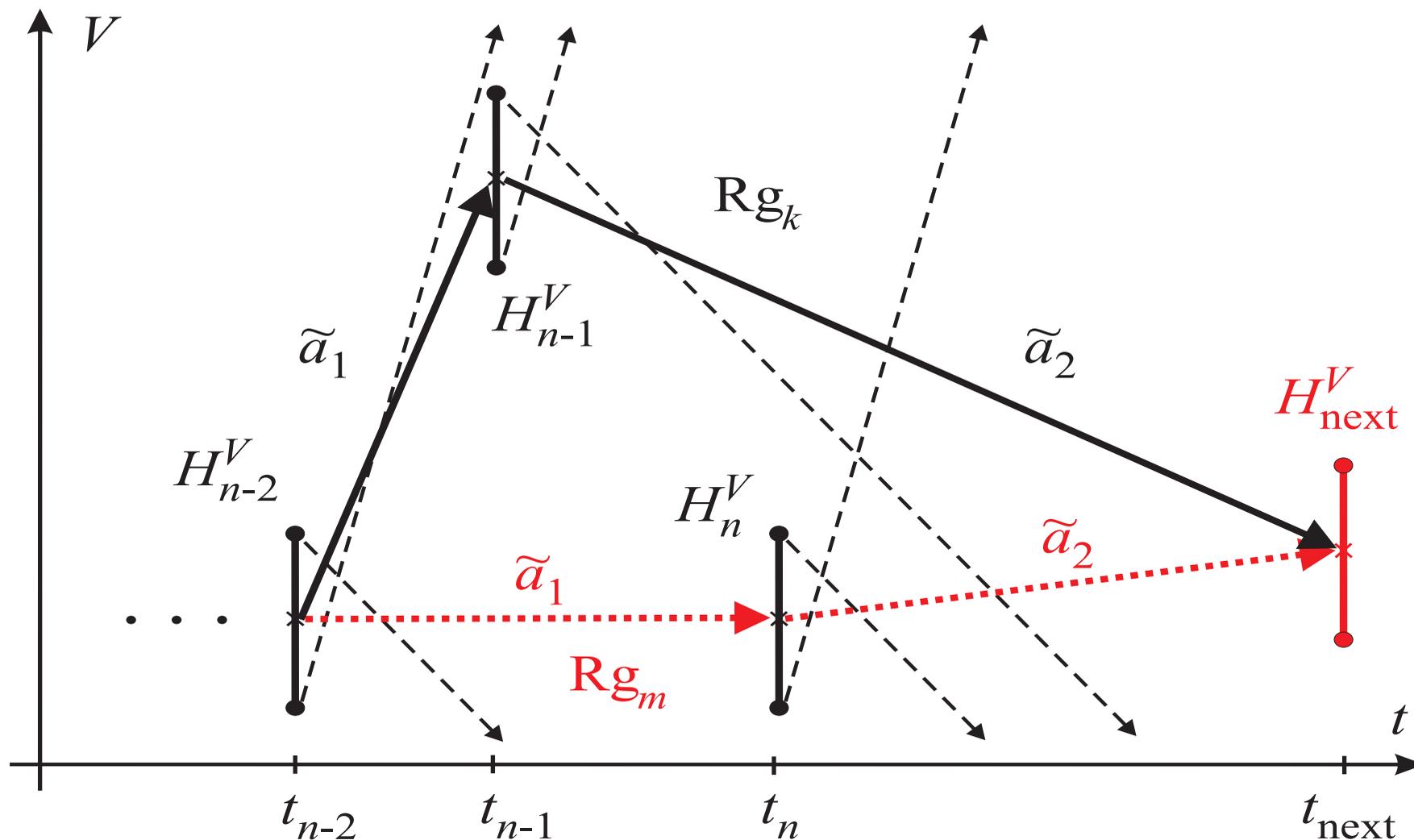
# Расщепление при большом числе хаотических искажений (модельный пример)



## IV. Исключение непродолжительных подвыборок

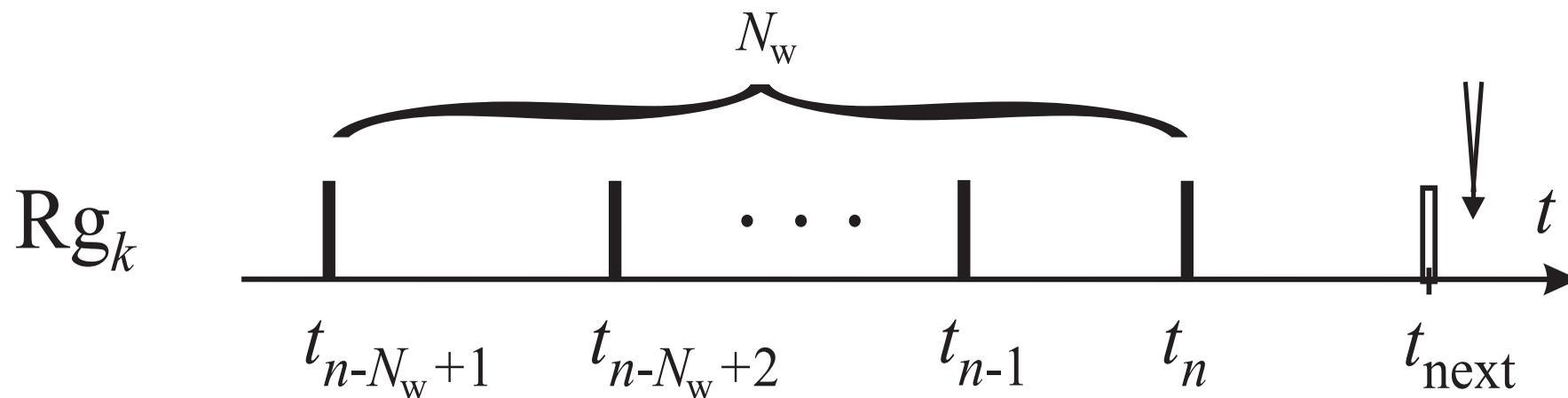


## V. Слияние подвыборок

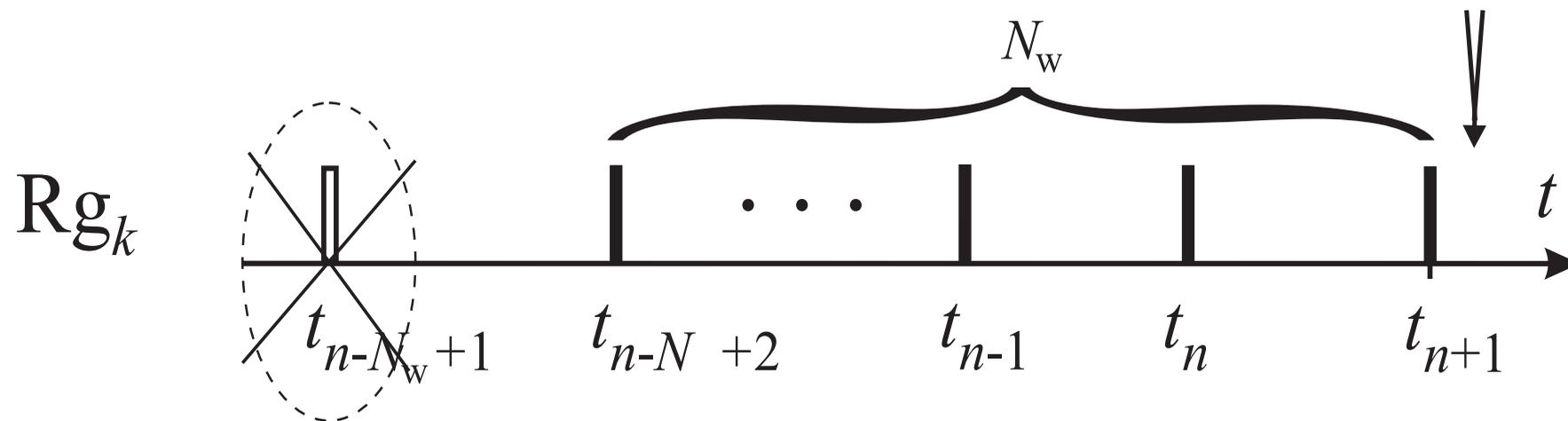


Критерии выбора: а) по максимуму длины  $\max \{N_{Rg}\}$ ;  
б) по “минимуму суммарного управления”  $\min \Sigma |\tilde{a}_i|$ .

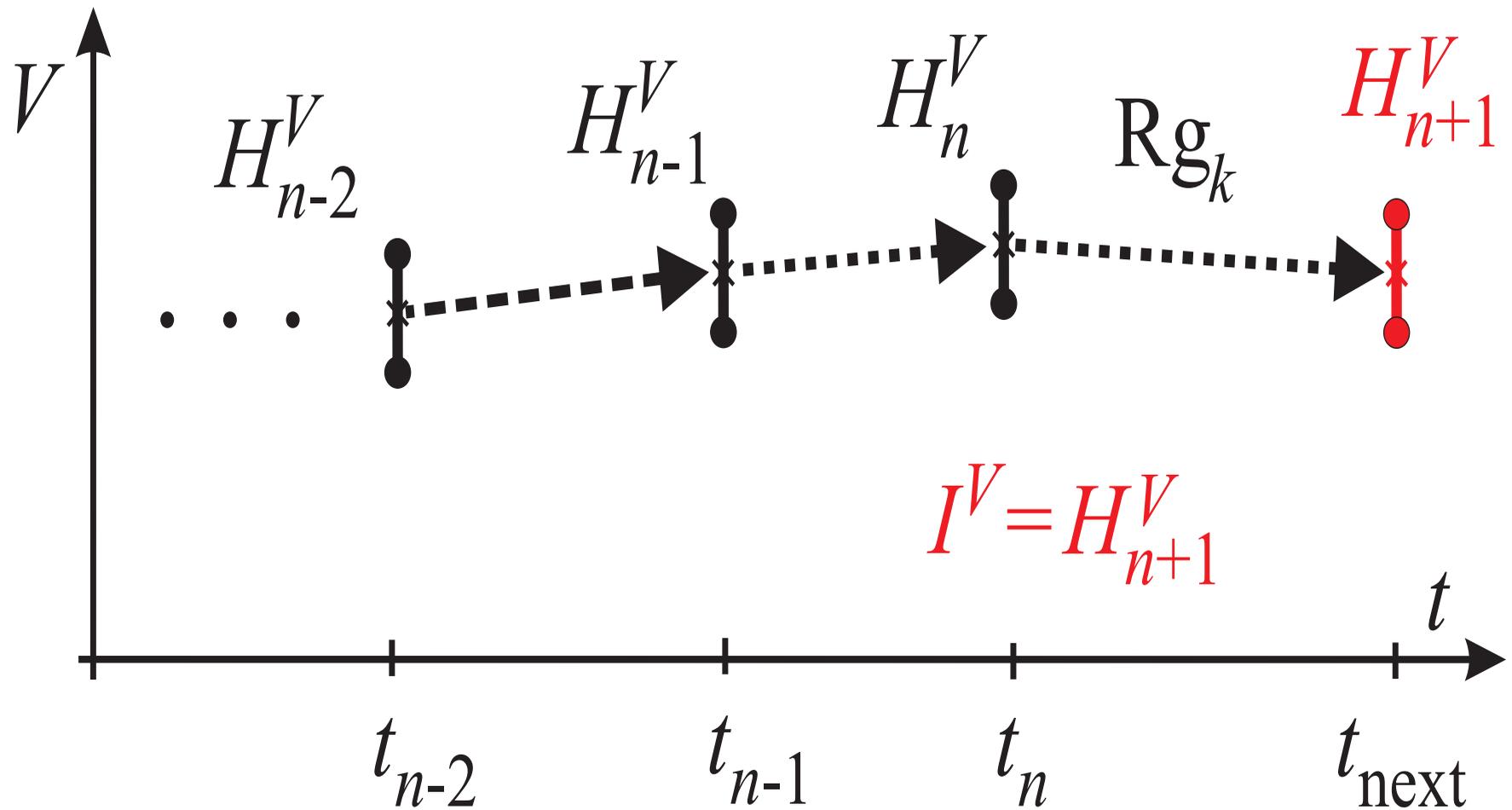
## VI. Ведение скользящего окна



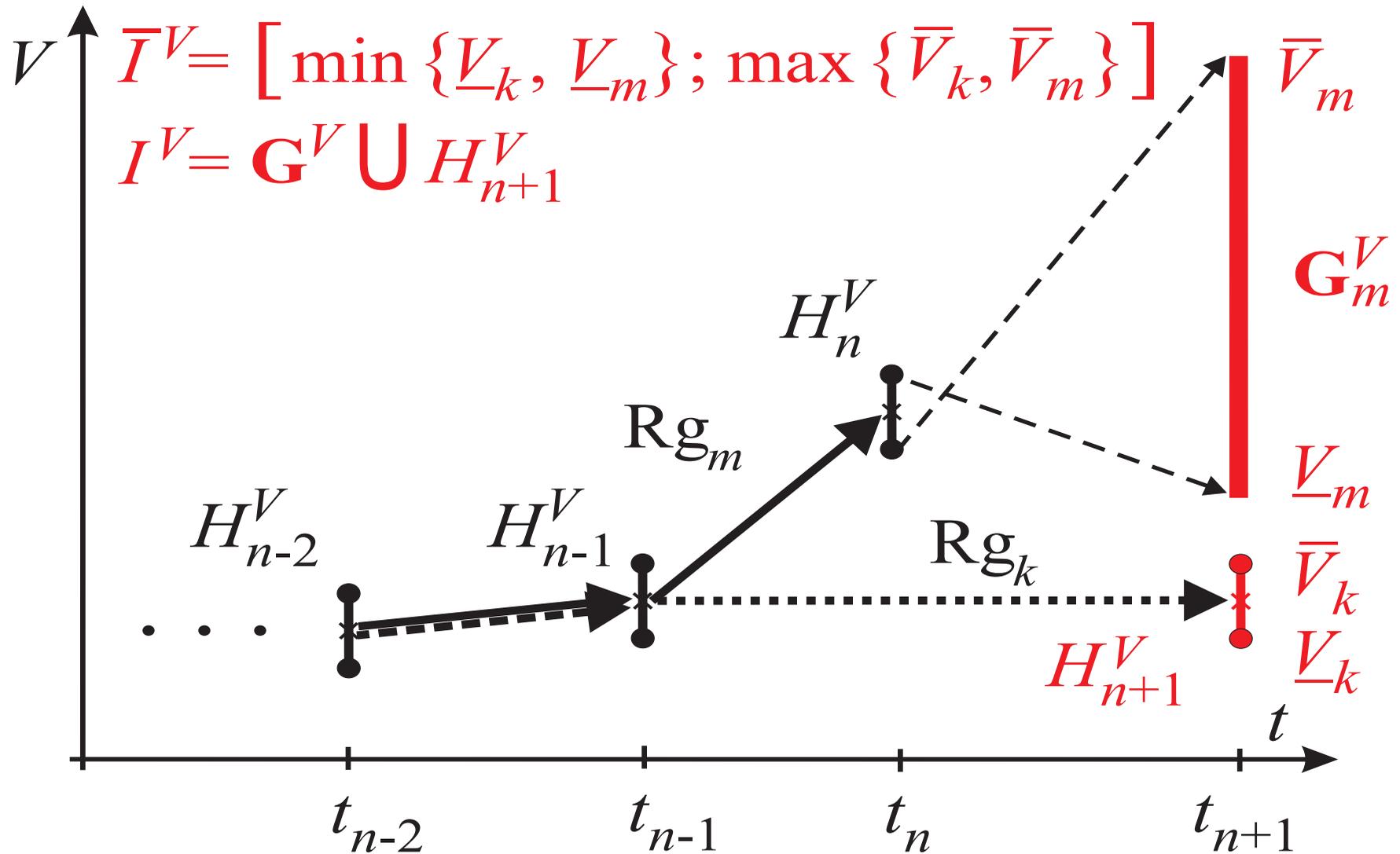
**!! СОВМЕСТНЫ**



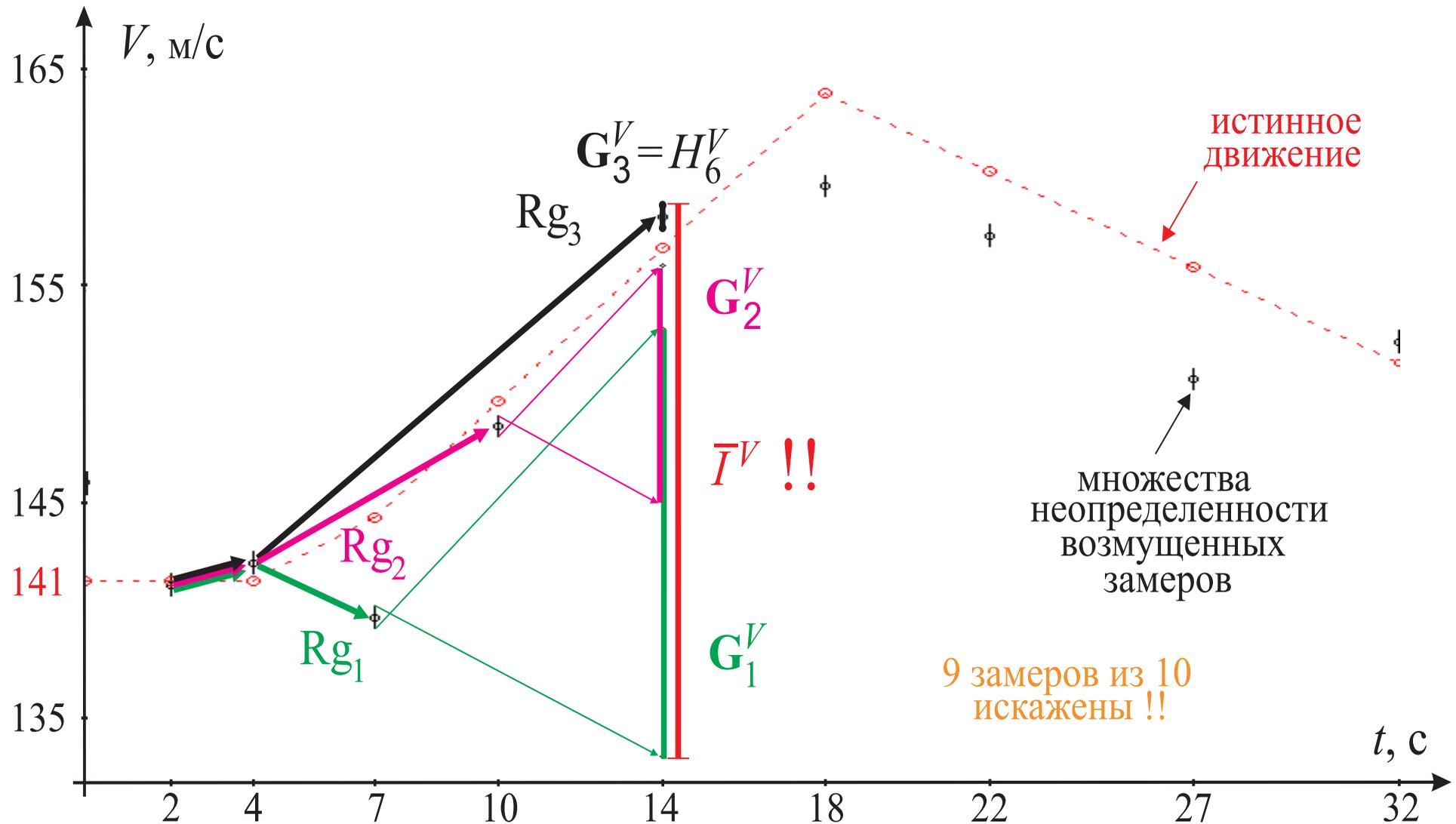
## VII.1. Формирование выходной интервальной оценки (случай единственной подвыборки)



## VII.2. Формирование выходной интервальной оценки (случай нескольких параллельных подвыборок)



## VII.3. Формирование выходной интервальной оценки (параллельные подвыборки, модельный пример)



## Основное утверждение

---

Если имеется подвыборка, содержащая истинное значение оцениваемой фазовой координаты в множестве неопределенности своего последнего замера, то выходная интервальная оценка является **гарантирующей**, т.е. содержит истинное значение координаты.

---

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !!**

## Порядок обработки каналов информации

Напомним, что движение описывается

$$1) \dot{V} = a, \quad 2) \dot{\theta} = \alpha/V, \quad 3) \dot{\psi} = \beta/V,$$

$$4) \dot{x} = V \cos\theta \cos\psi,$$

$$5) \dot{y} = V \sin\theta,$$

$$6) \dot{z} = V \cos\theta \sin\psi.$$

Идеология построения внешней оценки (шестимерного бруса) допустимых значений текущих фазовых координат: **последовательный интервальный анализ очередной фазовой координаты на основе ее динамики и интервальной информации соответствующих предыдущих координат:**

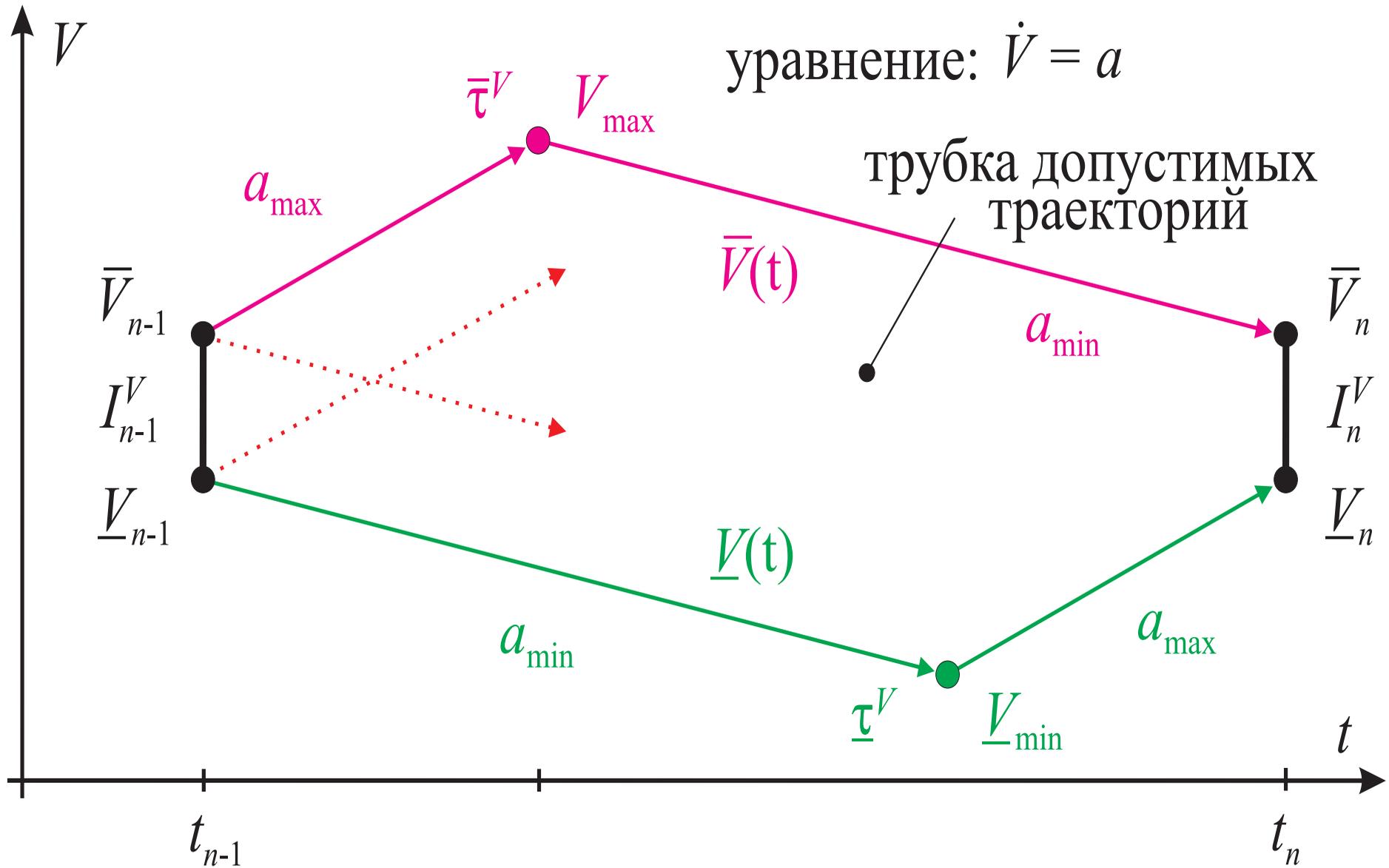
$$V \rightarrow \theta \text{ и } V \rightarrow \psi,$$

$$\{V, \theta\} \rightarrow y,$$

$$\{V, \theta, \psi\} \rightarrow x,$$

$$\{V, \theta, \psi\} \rightarrow z.$$

# Особенности межканальной информации и обеспечение внешнего оценивания (скорость)



# Особенности межканальной информации и обеспечение внешнего оценивания (скоростной угол)

